FRANCISCI VIETAE IN ARTEM ANALYTICEM ISAGOGE SEORSIM EXCUSSA AB...

François Viète



1

FRANCISCI VIETÆ

IN ARTEM ANALYTICEM ISAGOGE

Seorsim excussa ab *Opere restitutæ Mathematicæ Analyseos*, *Seu*, Algebrâ nouâ.



Coll. Rom: Soc. IESV.

TVRONIS,
Apud IAMETIVM METTAYER Typographum Regium.
Anno 1591.

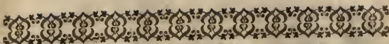
OPERE RESTITVTÆ MATHEMATICÆ
ANALYSEOS SEV

Algebrâ nouâ

Continentur

IN artem Analyticem Iſagoge.
Ad Logiſticem ſpecioſam Notæ priores.
Zeteticorum Libri quinque.
De numeroſâ poteſtatum ad Exegeſim reſolutione.
De recognitione Aequationum.
Ad Logiſticem ſpecioſam Notæ poſteriores.
Effectionum Geometricarum Canonica recenſio.
Supplementum Geometriæ.
Analytica angularium ſectionum in tres partes tributa.
Variorum de rebus Mathematicis reſponſorum, Libri ſeptem.

Operi autem præpoſita eſt ſequens Epiſtola.



INCLYTÆ PRINCIPI MELVSINIDI
CATHARINÆ PARTHENÆENSI,
PIISSIMÆ PROCERVM ROHANIORVM
MATRI FRANCISCVS VIETA FONTENÆENSIS
honorem voueo & obsequium.



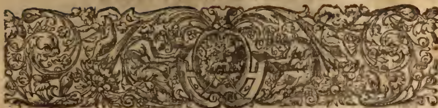
EXtollent Armorici, ô princeps Melusinis, piissima procerum Rohaniorum mater, genus & stemmata gentis Rohaniæ, quâ haud scio an ex plenioris fidei censibus & monumentis vlla alia possit detegi in orbe terrarum antiquior & illustrior. Adgnoscent gnatos tuos aborigenes, & è regio Connani sanguine superstites inuasoris Neomenij vim nutu Dei non passos, tandiúque generosam eam stirpem duraturam confidét, quandiu circumeuntes Salarum vestrarum lapidicinas, syluas & stagna, cernent inscripta marmoribus quercubus, & piscium squamis aurearum Rhomboidum, quas gestat, insignia. Suâ enim Cabalâ testabuntur ita à Deo Optimo Maximo singulari suo beneficio concessum fuisse precanti diuo Meriadeco familiæ quondam principi, sicut etiamnum inauditos circa sacellum quondam suum per medios saltus & amæniora vireta constructum auium garritus, & alia rara quę, mihi pauca admiranti cōtigit non semel admirari. Ego Fontenæensis Picto, riparum Maioris-venti frequens incola, arcis à diuâ Melusinâ, cuius es & Ræmundi beata proles, quondam constructæ, Melusinæ & Melusinidarum colo nomen & numen. addo etiam & omen. Neque verò ideo gentis Rohaniæ Iudicaëlibus, Eudonibus, Erechis tuos Guidones, Godofredos, Hugones Brunos oppono: nō suis regibus Britānicis, principibus in Leoniâ, comitibus in Porhoeto, tuos reges Cyprorum, tuos Antiochiæ & Armeniæ principes, tuos comites Angolismæ & Marchiæ: non suæ Ysabellæ Scoti filiæ, vel Ysabellæ Nauarri, tuam Ysabellam regum Anglorum & auorum tuorum Lusignæanorum matrem. At piè recordor & feliciter ac veluti fatidico consilio cessisse iudico,



quòd Melusina dea in gratiam accepti à Renato Rohanio beneficij, quòd is obsessam Guisiadum consilio suam arcem Lusignæanam strenuè defendisset, te suâ & Ræmundi prole & herede vnà cum familiæ Rohaniæ principatu statim eum donauit. Erat nempe Ræmundus ipse editus ex gente Rohaniâ, & iam Ræmundi & Melusinæ proles ad id à quo primùm cæperat reuersa est initium, vix vnquam idcirco interitura, cum sit circuitus verum & verè physicum symbolum perpetuitatis. Sed minùs virtutes tuæ interituræ sunt in hac ortus periodici restitutione. Et quemadmodum nostrates suo, quod tunc temporis vsurpabatur idiomate, atauiam tuam dixere *Faydam* ob venerãdum conspectum & raras & singulares animi dotes, sic te posteritas δῖαν θεάων adgnoscet, & te πότνιαν, κύδιστην, ac digniore, si quod occurrat, epitheto compellabit. Atque vtinam ei gratæ essent vigiliæ nostræ, quò eas tibi tuæque carissimæ sorori Franciscæ Rohaniæ Nemausensi & Iuliodunensi ducissæ, vt debentur, accepto ferret. Nam quæ in infelicissimis temporibus beneficia in me cõtulistis infinita sunt. Quid enim memorem vos ex grassatorum vinculis & faucibus Orci eripuisse me, ac denique vestrâ sollicitudine & munificentiâ toties adiuuisse, quoties ærumnæ meæ & infortunia vos monuerunt? Omninò vitam, aut, si quid mihi vitâ carius est, vobis omnem debeo, tibi autem, ô diua Melusinis, omne presertim Mathematices studium, ad quod me excitauit tum tuus in eam amor, tum summa artis illius, quam tenes, peritia, immò verò nunquam satis admiranda in tuo támque regii & nobilis generis sexu Encyclopædia. Colendissima Princeps, quæ noua sunt solent à principio proponi rudia & informia, succedentibus deinde seculis expolienda & perficienda. Ecce ars quã profero noua est, aut demùm ita vetusta, & à barbaris defædata & conspurcata, vt nouam omninò formam ei inducere, & ablegatis omnibus suis pseudo-categorematis, ne quid suæ spurcitiei retineret, & veternum redoleret, excogitare necesse habuerim, & emittere noua vocabula, quibus cùm parum hactenùs sint adsue factæ aures, vix accidet, vt vel ab ipso limine non deterreãtur multi & offendantur. At sub suâ, quam predicabãt, & magnam

artem

artem vocabant, Algebrâ vel Almucabalâ, incomparandum latere aurum omnes adgnoſcebant Mathematici, inueniebant verò minimè. Vouebant Hecatombas, & ſacra Muſis parabant & Apollini, ſi quis vnum vel alterum problema extuliſſet, ex taliũ ordine qualium decadas & eicadas vltrò exhibemus, vt eſt ars noſtra mathematum omnium inuentrix certiſſima. Re verò nũc conſequutâ, *damnabuntur hi quoque votis?* Fas enim mihi ſit nõ iam merces meas, ſed tuas, tuóque beneficio comparatas & reparatas parcè commendare, & deſiderium meum teſtari, vt tui numinis felicitati, ſi qua eo nomine debeatur gloria, non præripiatur. Non enim, vt in aliis diſciplinis, ſic in Mathematicis libera cuiuſque cenſura eſt, liberúmque iudicium. Hîc radio agitur & puluere, nec proſunt Rhetorum perſuaſiones, vel aduocatorum patrocinia. Metallum quod effero, auri ſpeciem refert quod tandiu deſiderarunt. Aut chymicum aurum illud eſt & ementitum, aut foſſile & probum. Si chymicum eſt, euaneſcat ſanè in fumum vel regali cemento. Sin foſſile eſt, vt ſanè eſt (neque enim ſum φυσιόμαχος) de dolo autem aduerſus eos non ago, qui nullo non propoſito laboris ſolatio ad illud eruendum ex antè inacceſſis, & draconum flammivomûm, aliorumque noxiorum ſerpentum & exitialium vigili cuſtodiâ interdictis fodinis allexerũt, iure expecto & poſtulo, vt ſaltem ſuam, quam laudo, non defugiant auctoritatem aduerſus calumniantium hominum & laudis alienæ obtrectatorum inſcitiam, vel proteruiam. Ergo, mea Princeps, tuum opus carum habeto, & tuâ beatitate ei benedicito, relatâ omni ad ſupremum numinum Numen, quòd religioſiſſimè colis ἐν ψυχῇ καὶ ἀληθείᾳ, laudum omnium laude & gloriâ. E paludibus inſularum Montanarum cariſſimæ ſororis tuæ, Anno Chriſtianiſſimi & Auguſtiſsimi regis noſtri HENRICI IIII. perduellionum & χειροκτόνων vltoris acerrimi & iuſtiſsimi, ſecundo.



IN ARTEM ANALYTICEM
ISAGOGE.

De Definitione & Partitione Analyseos, & de ijs quæ iuuant

CAPVT I.

EST veritatis inquirendæ via quædam in Mathematicis, quam Plato primus inuenisse dicitur, a Theone nominata Analysis, & ab eodem definita, Adsumptio quæsiti tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Vt contra Synthesis, Adsumptio concessi per consequentia ad quæsiti finem & comprehensionem. Et quanquam veteres duplicem tantum proposuerunt Analysim ζητητικὴν καὶ ποριστικὴν, ad quas definitio Theonis maximè pertinet, constitui tamen etiam tertiam speciem, quæ dicatur ῥητικὴ ἢ ἐξηγητικὴ, consentaneum est, vt sit Zetetice quâ inuenitur æqualitas proportioue magnitudinis de qua quæritur, cum ijs quæ data sunt. Poristice, quâ de æqualitate vel proportione ordinati Theorematis veritas examinatur. Exegetice, quâ ex ordinata æqualitate vel proportione ipsa de qua quæritur exhibetur magnitudo. Atque adeò tota ars Analytice triplex illud sibi vendicans officium definiatur, Doctrina bene inueniendi in Mathematicis. Ac quod ad Zeteticem quidem attinet, instituitur arte logicâ per syllogismos & enthymemata, quorum firmamẽta sunt ea ipsa quibus æqualitates & proportiones concluduntur symbola, tam ex communibus deriuanda notionibus, quàm ordinandis vi ipsius Analyseos theorematis. Forma autẽ Zetesim ineundi ex arte propriâ est, non iam in numeris suam logicam exerente, quæ fuit oscitantia veterum Analystarum, sed per logisticem sub specie nouiter inducendam, feliciorem multò & potiorem numerosâ ad comparandum inter se magnitudines, propositâ, primùm homogeneorum lege, & inde constitutâ, vt fit, solemni magnitudinum ex genere ad genus vi suâ proportionaliter adscendentium vel descendentium serie seu scalâ, quâ gradus earundem & genera in comparationibus designentur ac distinguantur.

De Symbolis æqualitatum & proportionum. CAPVT II.

SYmbola æqualitatum & proportionum notiota quæ habentur in Elementis adsumit Analytice vt demonstrata, qualia sunt ferè,

1 Totum suis partibus æquari.
2 Quæ eidem æquantur, inter se esse æqualia.
3 Si æqualia æqualibus addantur, tota esse æqualia.

4 Si æqualia æqualibus auferantur, residua esse æqualia.
5 Si æqualia per æqualia multiplicentur, facta esse æqualia.
6 Si æqualia per æqualia diuidantur, orta esse æqualia.
7 Si quæ sint proportionalia directè, esse proportionalia inuersè & alternè.
8 Si proportionalia similia proportionalibus similibus addantur, tota esse proportionalia.
9 Si proportionalia similia proportionalibus similibus auferantur, residua esse proportionalia.
10 Si proportionalia per proportionalia multiplicentur, facta esse proportionalia.
11 Si proportionalia per proportionalia diuidantur, orta esse proportionalia.
12 A communi multiplicatore vel diuisore æqualitatem non immutari, vel rationem.
13 Facta sub singulis segmentis æquari facto sub tota.
14 Facta continuè sub magnitudinibus, vel ex ijs continuè orta, esse æqualia quocumque magnitudinum ordine ductio vel adplicatio fiat.

Κῶλον autem æqualitatum & proportionum symbolum, omnisque in Analysibus momenti est.

15 Si fuerint tres quatuorve magnitudines, quod autem fit sub extremis terminis æquale est ei quod fit à medio in se, vel sub medijs, sunt proportionales.
Et è conuerso,
16 Si fuerint tres quatuorve magnitudines, & sit vt prima ad secundam, ita secunda illa, vel tertia quæpiam ad aliam, erit quod fit sub extremis terminis æquale ei quod fit sub medijs.

Itaque proportio potest dici cõstitutio æqualitatis. Æqualitas, resolutio proportionis.

De lege homogeneorum, & gradibus ac generibus magnitudinum comparatarum. CAPVT III.

PRima & perpetua lex æqualitatum seu proportionum, quæ, quoniã de homogeneis concepta est, dicitur lex homogeneorum, hæc est

Homogenea homogeneis comparari.

Nam quæ sunt heterogenea, quomodo inter se adfecta sint, cognosci non potest, vt dicebat Adrastus.

Itaque,

Si magnitudo magnitudini additur, hæc illi homogenea est.
Si magnitudo magnitudini subducitur, hæc illi homogenea est.
Si magnitudo in magnitudinem ducitur, quæ fit, huic & illi heterogenea est.
Si magnitudo magnitudini adplicatur, hæc illi heterogenea est.

Quibus non attendisse causa fuit multæ caliginis & cæcutiei veterum Analystarum.

2 Magnitudines quæ ex genere ad genus suâ vi proportionaliter adscendunt vel descendunt vocentur Scalares.

3 Magnitudinum Scalarium prima est

1 Latus, seu Radix.
2 Quadratum.
3 Cubus.
4 Quadrato-quadratum.
5 Quadrato-cubus.
6 Cubo-cubus.
7 Quadrato-quadrato-cubus.

8 Quadrato-cubo-cubus.
9 Cubo-cubo-cubus.

Et eâ deinceps ſerie & methodo denominanda reliqua.

7 Genera magnitudinum comparatarum, vti de ſcalaribus enunciantur ordine, ſunt.

1 Longitudo latitudóue.
2 Planum.
3 Solidum.
4 Plano-planum.
5 Plano-ſolidum.
6 Solido-ſolidum.
7 Plano-plano-ſolidum.
8 Plano-ſolido-ſolidum.
9 Solido-ſolido-ſolidum,

& eâ deinceps ſerie & methodo denominanda reliqua.

8 Ex ſerie ſcalarum gradus altior, in quo cōſiſtit comparata magnitudo exinde à latere, vocatur poteſtas. Reliquę inferiores ſcalares ſunt gradus parodici ad poteſtatem.

9 Pura eſt poteſtas cùm adfectione vacat. Adfecta, cui homogeneum ſub parodico ad poteſtatem gradu & adſcitâ coëfficiente magnitudine immiſcetur.

10 Magnitudines adſcititię ſub quibus & gradu paradico fit poteſtati quid homogeneũ ad eam adficiendum dicuntur Sub-graduales.

De præceptis Logiſtices ſpecioſæ. CAPVT. IIII.

Logiſtice numeroſa eſt quæ per numeros, Specioſa quæ per ſpecies ſeu rerum formas exhibetur, vt pote per Alphabetica elementa.

Logiſtices ſpecioſæ canonica præcepta ſunt quatuor, vt numeroſæ.

PRÆCEPTVM I.

Magnitudinem magnitudini addere.

Sunto duæ magnitudines A & B. Oportet alteram alteri addere.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini addenda eſt, homogeneę autem heterogeneas non adficiunt, ſunt quæ proponuntur addendæ duæ magnitudines homogeneæ. Plùs autem vel minùs non conſtituunt genera diuerſa. Quare nota copulæ, ſeu adiunctionis commode addentur & adgregatæ erunt A plus B, ſiquidem ſint ſimplices longitudines latitudineſ-ue.

Sed ſi adſcendant per expoſitam ſcalam, vel adſcendentibus genere communicent, ſua quæ congruit deſignabuntur denominatione, veluti dicetur A Quadratum plus B plano, vel A cubus plus B ſolido, & ſimiliter in reliquis.

Solent autem Analyſtæ ſymbolo + adfectionem adiunctionis indicare.

PRÆCEPTVM II.

Magnitudinem magnitudini ſubducere.

Sunto duæ magnitudines A & B, illa major, hæc minor. Oportet minorem à majore ſubducere.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini ſubducenda eſt, homogeneæ autem magnitudines heterogeneas nõ adficiunt, ſunt quæ proponuntur duæ magnitudines homogeneæ. Plùs autem vel minùs non conſtituunt genera diuerſa. Quare nota diſiunctionis ſeu multæ commodè minoris a maiore fiet ſubductio & diſiunctæ erunt A minùs B, ſiquidem ſint ſimplices longitudines latitudinéſue.

Sed ſi adſcendant per expoſitam ſcalam vel adſcendentibus genere communicent, ſuâ quæ congruit deſignabuntur denominatione, veluti dicetur A quadratum minus B plano, vel A cubus mi-

nùs B ſolido, & ſimiliter in reliquis.

Neque aliter opus fit ſi ipſa magnitudo quæ ſubducenda eſt iam adſecta ſit, cùm totum & partes diuerſo iure non debeant cenſeri, vt ſi ab A ſubtrahenda ſit B plus D, reſidua erit A minus B, minus D, ſubductis ſigillatim magnitudinibus B & D.

At ſi iam negetur D de ipſa B, & B minus D ab A ſubtrahenda ſit, Reſidua erit A minus B plus D, quoniam ſubtrahendo B magnitudinẽ ſubtrahitur plus æquo per magnitudinem D ideò additione illius compenſandum.

Solent autẽ Analyſtæ Symbolo —— adſectionẽ multæ indicare. Et hæc λεῖψις eſt Diophanto, vt adſectio adiunctionis ὕπαρξις.

Cùm autem non proponitur vtra magnitudo ſit maior vel minor, & tamen ſubductio faciẽda eſt, nota differẽtię eſt ═══ id eſt, minùs incertò, vt propoſitis A quadrato & B plano, differentia erit A quadratum ═══ B plano, vel B planum A ═══ quadrato.

PRÆCEPTVM III.

Magnitudinem in magnitudinem ducere.

Sunto duæ magnitudines A & B. Oportet alteram in alteram ducere.

Quoniam igitur magnitudo in magnitudinem ducenda eſt, efficient illæ ductu ſuo magnitudinem ſibi ipſis heterogeneam, atque ideo quæ ſub ijs fit deſignabitur commodè vocabulo IN vel SVB, veluti A in B. quo ſignificetur hac in illam ductam fuiſſe, vel, vt alij, factam eſſe ſub A & B, id que ſimpliciter, ſi quidem A & B ſint ſimplices longitudines latitudines-ue.

Sed ſi adſcendant in ſcala, vel eis genere communicent, ipſas ſcalarium vel eis genere communicantium adhibere conuenit denominationes, vt pote A quadratum in B, vel A quadratum in B planum ſolidum-ue, & ſimiliter in reliquis.

Quod ſi ducendæ magnitudines, vel earum altera ſint duorum vel plurium nominum, nihil ideo diuerſi in opere accidit. Quoniam totum eſt ſuis partibus æquale, ideoque facta ſub ſegmentis alicuius magnitudinis æquantur facto ſub tota. Et cum adfirmatum vnius magnitudinis nomen ducetur in alterius quoque magnitudinis nomen adfirmatum, quod fiet erit adfirmatũ, & in negatum, negatum.

Cui præcepto etiam conſequens eſt vt ductione negatorum nominum alterius in alterum, factum ſit adfirmatum, vt cum A —— B ducetur in D —— G, quoniam id quod fit ex adfirmata A in G negatam manet negatum, quod eſt nimium negare minuere ue quandoquidem A eſt ducenda magnitudo producta non accurata. Et ſimiliter quod fit ex negata B in D adfirmatam manet negatum, quod eſt rurſum nimium negare quandoquidem D eſt ducenda magnitudo producta non accurata, ideo in compenſationem dum B negata ducitur in G negatam factum eſt adfirmatum.

Denominationes factorum à ſcandentibus proportionaliter ex genere ad genus magnitudinibus iſto prorſus modo ſe habent.

Latus in ſe facit Quadratum.
Latus in Quadratum facit Cubum.
Latus in Cubum facit Quadrato-quadratum.
Latus in Quadrato-quadratum, facit Quadrato-cubum.
Latus in Quadrato-cubum, facit Cubo-cubum.

Et permutatim, id eſt Quadratum in latus facit Cubũ. Cubus in latus, facit Quadrato-quadratum &c. Rurſus,

Quadratum in ſe facit Quadrato-quadratum.
Quadratum in Cubum, facit Quadrato-cubum.
Quadratum in Quadrato-quadratum, facit Cubo-cubum.

et permutatim. Rurſus,

Cubus in ſe facit Cubo-cubum.
Cubus in Quadrato-quadratum, facit Quadrato quadrato-cubum.
Cubus in Quadrato-cubum, facit Quadrato-cubo-cubum.
Cubus in Cubo-cubum, facit Cubo-cubo-cubum.

et permutatim, eóque deinceps ordine.

Aeque in homogeneis,

Latitudo in longitudinem facit Planum.
Latitudo in Planum facit Solidum.
Latitudo in Solidum facit Plano-planum.
Latitudo in Plano-planum facit Plano-ſolidum.
Latitudo in Plano-ſolidum facit Solido-ſolidum.

et permutatim.

Planum in Planum facit Plano-planum.
Planum in Solidum facit Plano-ſolidum.
Planum in Plano-planum facit Solido ſolidum.

et permutatim.

Solidum in Solidum facit Solido-ſolidum.
Solidum in Plano-planum facit Plano-plano-ſolidum.
Solidum in Plano-ſolidum facit Solido-ſolidum.
Solidum in Solido-ſolidum facit Solido-ſolido-ſolidum

& permutatim, eóque deinceps ordine.

PRÆCEPTVM IIII.

Magnitudinem magnitudini adplicare.

Sunto duæ magnitudines A & B, Oportet alteram alteri adplicare.

Quoniam igitur magoitudo magnitudini adplicanda eſt. Altiores autem depreſſioribus adplicantur, homogeneæ heterogeoeis, ſunt quæ propoountur magnitudines heterogeneæ. Eſto ſanè A longitudo, B planum. Commodè itaque intercedet virgula inter B altiorem quæ adplicatur, & A depreſſiorem, cui fit adplicatio.

Sed & ipſę magnitudines denominabuntur à ſuis, in quibus hæſerunt, vel ad quos in proportionalium ſcala vel homogenearum deuectæ ſunt, gradibus, veluti $\frac{B \text{ planum}}{A}$ Quo ſymbolo ſignificetur latitudo quam facit B planum adplicatum A longitudini.

Et ſi B detur eſſe Cubus, A plaoum, exhibebitur $\frac{B \text{ Cubus}}{A \text{ plano}}$ Quo ſymbolo ſignificetur latitudo quam facit B cubus adplicatus A plano.

Et ſi ponatur B cubus, A longitudo, exhibebitur $\frac{B \text{ cubus}}{A}$ Quo ſymbolo ſignificetur planum quod oritur ex adplicatione B Cubi ad A, & eo in infinitum ordine.

Neque in binomijs polynomijs ve magnitudinibus diuerſum quicquam obſeruabitur.

De nominationes ortorum ex adplicatione à ſcandentibus proportionaliter ex genere ad genus gradatim magnitudinibus iſto prorſùs modo ſe habent.

Quadratum adplicatum lateri reſtituit latus.
Cubus adplicatus lateri reſtituit Quadratum.
Quadrato-quadratum adplicatum lateri reſtituit Cubum.
Quadrato-cubus adplicatus lateri reſtituit Quadrato-quadratum.
Cubo-cubus adplicatus lateri reſtituit Quadrato-cubum.

& permutatim, ideſt Cubus adplicatus Quadrato reſtituit latus. Quadrato-quadratum Cubo latus &c. Rurſùs,

Quadrato-quadratum adplicatum Quadrato reſtituit Quadratum.
Quadrato-cubus adplicatus Quadrato reſtituit Cubum
Cubo-cubus adplicatus Quadrato reſtituit Quadrato-quadratum,

et permutatim.

Rurſus.

Cubo-cubus adplicatus Cubo reſtituit Quadrato-quadratum.
Quadrato-cubo-cubus adplicatus Cubo reſtituit Quadrato-cubum.
Cubo-cubo-cubus adplicatus Cubo reſtituit Cubo-cubum.

et permutatim. eóque deinceps ordine.

Aequè in Homogeneis,

Planum adplicatum latitudini reſtituit longitudinem.
Solidum adplicatum latitudini reſtituit Planum.
Plano planum adplicatum latitudini reſtituit Solidum.
Plano ſolidum adplicatum latitudini reſtituit Plano-planum.
Solido-ſolidum adplicatum latitudini reſtituit Plano-ſolidum.

et permutatim

Plano-planum adplicatum Plano reſtituit Planum.
Plano-ſolidum adplicatum Plano reſtituit Solidum,
Solido-ſolidum adplicatum Plano reſtituit Plano-planum

et permutatim.

Solido-ſolidum adplicatum ſolido reſtituit Solidum.
Plano-plano-ſolidum adplicatum Solido reſtituit Plano-planum.
Plano-ſolido-ſolidum adplicatum Solido reſtituit Plano-ſolidum.
Solido Plano-ſolido-ſolidum adplicatum Solido reſtituit Solido ſolidum,

& permutatim, eóque deinceps ordine.

Cæterùm ſiue in additionibus & ſubductionibus magnitudinum, ſiue in multiplicationibus & diuiſionibus, non officit adplicatio, quominus expoſitis præceptis locus ſit : hoc inſpecto, quod dum in adplicatione magnitudo tam altior quàm depreſſior ducitur in eandem magnitudinem, eo opere magnitudinis ex adplicatione ortiuæ generi vel valori nihil additur vel detrahitur, quoniam quod ſuper effecit multiplicatio, idem reſoluit diuiſio vt $\frac{\text{B in A}}{\text{B}}$ id eſt A, & $\frac{\text{B in A Planum}}{\text{B}}$ eſt A planum

Itaque in Additionibus, Oporteat $\frac{\text{A plano}}{\text{B}}$ addere Z. Summa erit $\frac{\text{A planum} + \text{Z in B}}{\text{B}}$

vel Oporteat $\frac{\text{A plano}}{\text{B}}$ addere $\frac{\text{Z quadratum.}}{\text{G}}$ Summa erit $\frac{\text{G in A planum} + \text{B in Z quadratum}}{\text{B in G}}$

IN Subductionibus, Oporteat $\frac{\text{A plano}}{\text{B}}$ ſubducere Z. Reſidua erit $\frac{\text{A planum} - \text{Z in B}}{\text{B}}$

Vel, Oporteat $\frac{\text{A plano}}{\text{B}}$ ſubducere $\frac{\text{Z quadratum.}}{\text{G}}$ Reſidua erit $\frac{\text{A planum in G} - \text{Z quadrato in B}}{\text{B in G}}$

IN multiplicationibus, Oporteat $\frac{\text{A planum}}{\text{B}}$ ducere in B. Effecta erit A planum

Vel, Oporteat $\frac{\text{A planum}}{\text{B}}$ ducere in Z. Effecta erit $\frac{\text{A planum in Z}}{\text{B}}$.

Vel denique, Oporteat $\frac{\text{A planum}}{\text{B}}$ ducere in $\frac{\text{Z quadratum}}{\text{G}}$. Effecta erit $\frac{\text{A planum in Z quadratũ}}{\text{B in G}}$.

IN Adplicationibus, Oporteat $\frac{\text{A Cubum}}{\text{B}}$ adplicare ad D, ducta vtraque magnitudine in B ortiua erit $\frac{\text{A cubus}}{\text{B in D}}$

Vel, Oporteat adplicare B in G ad $\frac{\text{A planum}}{\text{D}}$, ducta vtraque magnitudine in D, ortiua erit $\frac{\text{B in G in D}}{\text{A plano.}}$

Vel denique, Oporteat adplicare $\frac{\text{B Cubum}}{\text{Z}}$ ad $\frac{\text{A cubum}}{\text{D plano}}$, ortiua erit $\frac{\text{B Cubus in D planum.}}{\text{Z in A Cubum.}}$

De legibus Zeteticis. CAPVT V.

ZEteseos perficiundæ forma his fere legibus continetur.

1 Si de longitudine quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio sub inuolucris eorum quæ proponuntur, quæsita longitudo Latus esto.

2 Si de planicie quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio sub inuolucris eorum quæ proponuntur, quæsita planicies Quadratum esto.

3 Si de soliditate quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio sub inuolucris eorum quæ proponuntur, quæsita soliditas Cubus esto. Adscendet igitur sua vi vel descẽdet per quoscumque gradus comparatarum magnitudinum ea de quâ quæritur.

4 Magnitudines tam datæ quam quæsitæ secundum conditionem questioni dictam adsimilantor & comparantor, addendo, subducendo, multiplicando & diuidendo constanti vbique homogeneorum lege seruatâ.

Manifestum est igitur aliquid tandem inuentum iri magnitudini de quâ quæritur vel suę ad quam adscendet potestati æquale, idque factum omninò sub magnitudinibus datis, vel factum partim sub magnitudinibus datis & incertâ de quá quæritur, aut eius parodico ad potestatem gradu.

5 Quod opus, vt arte aliquâ iuuetur, symbolo constanti & perpetuo ac benè conspicuo datæ magnitudines ab incertis quæsititiis distinguantur, vt pote magnitudines quæsititias elemento A aliâ ue literâ vocali, E, I, O, V, Y, datas elementis B, G, D, aliisue consonis designando.

6 Facta sub datis omninò magnitudinibus addantur alterum alteri, vel subducantur iuxta adfectionis eorundèm notam, & in vnum factum coalescant, quod esto homogeneum comparationis, seu sub datâ mensura: & ipsum vnam æquationis partem facito.

7 A equè facta sub magnitudinibus datis eodémque parodico ad potestatem gradu addantur alterum alteri, vel subducantur iuxta adfectionis eorundem notam, & in vnum factum coalescant, quod esto homogeneum adfectionis, seu sub gradu.

8 Homogenea ſub gradibus poteſtatem quàm adficiunt, vel à quâ adficiuntur comitantor, & alteram æqualitatis partem vnâ cum ipſâ poteſtate faciunto. Atque ideo homogeneum ſub datâ menſura de poteſtate à ſuo genere vel ordine deſignatâ enuncietur, purè ſi quidem ea pura eſt ab adfectione, ſin eam comitantur adfectionum homogenea, indicatâ tum adfectionis, tũ gradus ſymbolo, vnâ cum ipſâ, quæ cum gradu coëfficit, adſcititiâ magnitudine.

9 Atque idcirco ſi accidat homogeneum ſub datâ menſurâ immiſceri homogeneo ſub gradu fiat Antitheſis.

Antitheſis eſt eùm adficientes adfectáue magnitudines ex vnâ æquationis parte in alteram tranſeunt ſub contrariâ adfectionis notâ. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter eſt demonſtrandum.

Antitheſi æqualitatem non immutari.

PROPOSITIO I.

Proponatur A Quadratum, minùs D plano æquari G quadrato, minùs B in A. Dico A Quadratum, plùs B in A æquari G quadrato, plus D plano, neque per iſtam tranſpoſitionem ſub contrariâ adfectionis notâ æqualitatem immutari. Quoniam eum A Quadratum, minùs B plano æquatur G quadrato, minùs B in A, addantur vtrobiqueD planum, plùs B in A, Ergo ex communi notione A Quadratum, minùs D plano, plùs D plano, plùs B in A, æquatur G quadrato, minùs B in A, plus D plano, plus B in A. Iam adfectio negata in eadem æquationis parte elidat adfirmatam, illic euaneſcet adfectio D plani, hic adfectio B in A, & ſupererit A Quadratum, plùs B in A, æquale G quadrato, plùs D plano.

10 Et ſi accidat omnes datas magnitudines duci in gradum, & idcircò homogeneum ſub datâ omninò menſurâ non ſtatim offerri, fiat Hypobibaſmus.

Hypobibaſmus, eſt æqua depreſſio poteſtatis & parodicorum graduum obſeruato ſcalæ ordine, donec homogeneum ſub depreſſiore gradu cadat in datum omninò homogeneum cui comparantur reliqua. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter eſt demonſtrandum.

Hypobibaſmo æqualitatem non immutari.

PROPOSITIO II.

Proponatur A Cubus, plùs B in A Quadratum æquari Z plano in A, Dico per hypobibaſmũ A Quadratum, plùs B in A æquari Z plano.

Illud enim eſt omnia ſolida diuiſiſſe per communem diuiſorem, à quo non immutari æqualitatem determinatum eſt.

11 Et ſi accidat gradum altiorem ad quem adſcendet quæſita magnitudo non ex ſe ſubſiſtere, ſed in aliquam datam magitudinem duci, fiat Paraboliſmus.

Paraboliſmus, eſt homogeneorum, quibus conſtat æquatio, ad datam magnitudinem *adplicatio* quæ in altiorem quæſititiæ gradum ducitur communis multiplicatio, vt is gradus poteſtatis nomen ſibi vendicet, & ex eâ tandem æquatio ſubſiſtat. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter eſt demonſtrandum.

Paraboliſmo æqualitatem non immutari.

PROPOSITIO III.

Proponatur B in A Quadratum, plùs D plano in A, æquari Z Solido. Dico per paraboliſmum A Quadratum, plùs D plano in A, æquari Z ſolido. Illud eum eſt omnia ſo-

$\frac{\quad}{B}$ $\frac{\quad}{B}$

lida diuisisse per B communem diuisorem, à quo non immutari æqualitatem determinatum est.

12 Et tunc disertè exprimi æqualitas censetur & dicitur ordinata ad Analogismum, si placet, reuocanda, tali præsertim cautione, vt sub extremis facta, tùm potestati tùm adfectionum homogeneis respondeant, sub mediis verò, homogeneo sub datâ mensurâ.

13 Vnde etiam Analogismus ordinatus definiatur, series trium quatuorúe magnitudinum ita effata in terminis siue puris siue adfectis, vt omnes dentur prçter eum de quo quçritur, eiusue potestatem & parodicos ad eam gradus.

14 Denique æqualitate sic ordinatâ, ordinatóue Analogismo sua munia impleuisse Zeteticem existimato.

Zeteticem autem subtilissimè omnium exercuit Diophantus in ijs libris qui de re Arithmeticâ conscripti sunt. Eam verò tanquam per numeros, non etiam per species, quibus tamen vsus est, institutam exhibuit, quò sua esset magis admirationi subtilitas & solertia, quando quæ Logistæ numeroso subtiliora adparent, & abstrusiora, ea vtique specioso familiaria sunt & statim obuia.

De Theorematum per Porifticem examinatione. CAPVT VI.

PErfectâ Zetesi confert se ab hypothesi ad thesim Analysta, conceptáque suæ inuentionis Theoremata in artis ordinationem exhibet, legibus κατὰ παντὸς, καθ᾽ αὑτὸ, καθ᾽ ὅλου πρῶτον obnoxia. Quæ quanquam suam habent ex Zetesi demonstrationem & firmitudinem, attamen legi syntheseos, quç via demõstrandi censetur λογικωτέρη, subiiçiuntur, &, si quando opus est, per eam adprobantur magno artis inuentricis miraculo. Atque idcircò repetuntur Analyseos vestigia. Quod & ipsum Analyticum est, neque propter inductã sub specie Logisticem iam negociosum. Quod si alienum proponitur inuentum, vel fortuitò oblatum, cuius veritas expendenda & inquirenda est, tunc tentanda primùm Poristices via est, à quâ deinceps ad synthesim fit facilis reditus, vt eâ de re prolata sunt à Theone exempla in Elementis, & Apollonio Pergeo in Conicis, ac ipso etiam Archimede varijs in libris.

De officio Rhetices. CAPVT VII.

ORdinatâ Aequatione magnitudinis de quâ quæritur, ῥητικὴ ἢ ἐξηγητικὴ, quæ reliqua pars Analytices censenda est, eáque potissimum ad artis ordinationem pertinere, cùm reliquæ duæ exemplorum sint potius quam præceptorum, vt logicis iure concedendum est, suum exercet officium, tam circa numeros, si de magnitudine numero explicandâ quæstio est, quàm circa lõgitudines, superficies, corporáue, si magnitudinem re ipsa exhiberi oporteat. Et hîc se præbet Geometram Analysta opus verum efficiundo post alius similis vero resolutionem: illic Logistam, potestates quascumque numero exhibitas, siue puras, siue adfectas resoluendo. Et siue in Arithmeticis, siue Geometricis, artificij sui nullum non edet specimen, secundùm inuentæ æqualitatis, vel de eâ concepti ordinatè Analogismi conditionem.

Et verò non omnis effectio Geomętrica concinna est. singula enim problemata suas habent elegantias. verùm eâ cçteris antefertur, quæ compositionem operis non ex æqualitate, sed æqualitatem ex compositione arguit, & demonstrat: ipsa verò compositio seipsam. Itaque artifex Geometra, quanquam Analyticum edoctus, illud dissimulat, & tanquam de opere efficiundo cogitans profert suum syntheticum problema, & explicat: Deinde Logistis auxiliaturus de proportione vel æqualitate in eo adgnitâ concipit & demonstrat Theorema.

Aequationum notatio & Artis Epilogus. CAPVT VIII.

AEquationis vox simpliciter prolata in Analyticis de Æqualitate per Zetesim ritè ordinatâ accipitur.

2 Itaque Aequatio est magnitudinis incertæ cum certa comparatio.

3 Magnitudo incerta radix est vel potestas.

4 Rursùs, potestas pura est vel adfecta.

5 Adfectio per negationem est vel adfirmationem.

6 Cum adficiens homogeneum negatur de potestate, negatio est directa.

8 Cum contrà potestas negatur de adficiente homogeneo sub gradu, negatio est inuersa.

7 Subgradualis metiens est homogenei adfectionis, gradus ipse mensura.

9 Oportet autem in parte Aequationis incertâ designare ordinem tum potestatis, tum graduum, necnon adfectionis qualitatem seu notam. Ipsas etiam dari magnitudines subgraduales magnitudines.

10 Primus ad potestatem parodicus gradus est radix de quâ queritur. Extremus, is qui vno scalæ gradu inferior est potestate. Solet autem is voce Epanaphoræ ex audiri.

11 Parodicus ad potestatem gradus parodici est reciprocus, cùm alterius in alterum ductu potestas fit. Sic adscititia eius gradus quem sustinet est reciproca.

12 A radice longitudine gradus parodici ad potestatem sunt ij ipsi qui designantur in scala.

13 A radice planâ gradus parodici sunt.

Quadratum.		PLANVM.
Quadrato-quadratum.		PLANI Quadratum.
Cubo-cubus.	Seu	PLANI Cubus.

& eo deinceps ordine.

14 A radice solidâ gradus parodici sunt,

Cubus.		SOLIDVM.
Cubo-cubus.	Seu	SOLIDI Quadratum.
Cubos-cubo-cubus.		SOLIDI Cubus.

15 Quadratum, Quadrato quadratum, Quadrato-cubo cubus, & quæ continuo eo ordine a se ipsismet fiunt, sunt potestates simplicis medij, Reliquæ multiplicis.

16 Magnitudo certa cui comparantur reliqua, est homogeneum comparationis.

17 In numeris homogenea comparationum sunt vnitates.

18 Cùm radix de quâ quæritur in suâ base consistens datæ magnitudini homogeneæ comparatur, æquatio est simplex absolutè.

19 Cùm potestas radicis de quâ quæritur pura ab adfectione datæ homogeneæ comparatur, æquatio est simplex Climactica.

20 Cùm potestas radicis dé qua queritur adfecta sub designato gradu & data coefficiente datæ magnitudini homogeneæ comparatur. Aequatio polynomia est pro adfectionum multitudine & varietate.

21 Quot sunt gradus parodici ad potestatem tot adfectionibus potestas potest implicari.

Itaque Quadratum potest adfici sub latere.

Cubus sub latere & Quadrato.

Quadrato-quadratum sub latere, Quadrato, & Cubo. Quadrato-cubus sub latere, Quadrato, & Cubo, & eâ in infinitum serie.

22 Analogismi à generibus Aequationum in quas incidunt resoluti, distinguũtur & nomenclaturam accipiunt.

Ad Exege-

23 Ad Exegeticem in Arithmeticis instruitur Analysta edoctus

Numerum numero addere.

Numerum numero subducere.

Numerum in numerum ducere.

Numerum per numerum diuidere.

Potestatum porro quarumcumque, siue purarum siue (quod nesciuerunt veteres, neque noui) adfectarum tradit Ars resolutionem.

24 Ad Exegeticem in Geometricis seligit & recenset effectiones magis canonicas, quibus æquationes Laterum & Quadratorum omnino explicentur.

25 Ad Cubos & Quadrato-quadrata postulat, vt quasi Geometriâ suppleatur Geometriæ defectus.

A quouis puncto ad duas quasuis lineas rectam ducere interceptam ab iis præfinito possibili quocumque intersegmento.

Hoc concesso (est autem αἴτημα non δυσμήχανον) famosiora, quæ hactenus ἄλογα dicta fuere, problemata soluit ἐντεχνῶς, mesographicum, sectionis anguli in tres partes æquales, inuentionem lateris Heptagoni, ac alia quotcumque in eas æquationum formulas incidunt, quibus Cubi solidis, Quadrato-quadrata plano-planis siue purè, siue cum adfectione comparantur.

26 Ecquis verò, cum magnitudines omnes sint lineæ, superficies, vel corpora, tantus proportionum suprà triplicatam, aut demum quadruplicatam rationem potest esse vsus in rebus humanis, nisi fortè in sectionibus angulorum, vt ex lateribus figurarum anguli, vel ex angulis latera consequamur?

27 Ergo à nemine hactenus adgnitum mysterium angularium sectionum, siue ad Arithmetica, siue Geometrica aperit, & edocet

Data ratione angulorum dare rationem laterum.

Facere vt numerum ad numerum, ita angulum ad angulum.

28 Lineam rectam curuæ non comparat, quia angulus est medium quiddam inter lineam rectam & planam figuram. Repugnare itaque videtur homogeneorum lex.

29 Denique fastuosum problema problematum ars Analytice, triplicem Zetetices Poristices & Exegetices formam tandem induta, iure sibi adrogat, Quod est,

NVLLVM NON PROBLEMA SOLVERE.

Errata in Isagoge.

Folio 1. verso Nemausensi] *Scribe Nemorensi.*

Folio 5. ex serie Scalarum] *Scribe Scalarium.*

Folio 6. Solidum in Planosolidum facit Solido-solidum.] *scribe facit Plano-solido-solidum.*.

Eodem *verso* Plano solido solidum adplicatum solido restituit solido-solidum] *Scribe Solido Solido Solidum adplicatum*, &c.

Folio 7. *propositione 11.* communis multiplicatio] *Scribe communis adplicatio.*

Folio 8. *verso* in parte æquationis incerta designare] *scribe designari.*

Eodem Ipsas etiam dari magnitudines subgraduales] *scribe*, *dari adscititias subgraduales.*



EFFECTIONVM
GEOMETRICARVM
Canonica recenſio.



EFFECTIONVM GEOMETRICARVM CANONICA RECENSIO.

Effectiones Geometricas quibus Æquationes omnes quæ Quadratorum metam non excedunt, commodè explicentur, ita Canonicè recenseo.

PROPOSITIO I.

Datam lineam datæ rectæ lineæ addere.

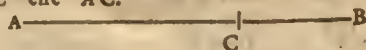
Opus additionis. Sint datæ duæ rectæ lineæ AB BC. Oportet alteram alteri addere. Continuetur AB longitudine BC. Dico factum esse quod oportuit. Compositam enim esse AC ex AB BC.



PROPOSITIO II.

Datam rectam lineam datæ rectæ lineæ maiori auferre.

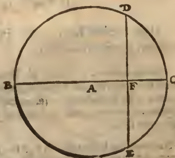
Opus subductionis. Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales AB BC. Oportet ex AB maiore, minorem auferre. Ex AB abscindatur BC. Dico factum esse quod oportuit. Differentiam enim inter AB & BC esse AC.



PROPOSITIO III.

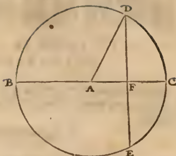
Describere tres lineas rectas proportionales.

Sub A centro, interuallo quocumque describatur circulus, & agatur diameter BAC. Sumantur autem in contrarias partes circumferentiæ CD CE æquales, Et connexa DE secet BC in F. Dico factum esse quod oportuit. Proportionales enim esse BF FD FG.



PROPOSITIO IIII.

Deſcribere triangulum rectangulum.

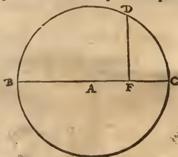


Repetitâ ſuperiore conſtructione connectatur A D. Dico factum eſſe quod oportuit. Triangulum enim eſſe A F D, ipſúmque rectangulum, quoniam angulus A F D eſt rectus, vt demonſtratur in Elementis.

PROPOSITIO V.

Datis duabus lineis rectis inuenire mediam inter eas proportionalem.

Opus multiplicationis. Traditum eſt enim quod fit ab extremis planum æquale eſſe mediæ Quadrato.

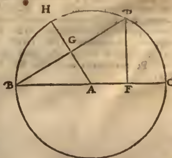


Sint datæ duæ rectæ lineæ B F F C, Oportet inuenire mediam inter eas proportionalem. Continuetur B F longitudine F C, & B C ſecetur bifariam in A, Et à centro A interuallo A B vel A C deſcribatur circulus & excitetur ad punctum F perpendicularis abſcindens circumferentiam in D. Dico factum eſſe quod oportuit. Mediam enim quæſitam eſſe D F, vt manifeſtum fit ex deſcriptione canonicâ trium proportionalium.

Sic dato Plano datur Quadratum æquale.

PROPOSITIO VI.

Datis duabus lineis rectis inuenire tertiam proportionalem.



Opus adplicationis. Illud enim eſt, Datum planum ſeu plano æquale Quadratum rectæ adplicare, & latitudinem ortiuam exhibere. *Quadratum videlicet mediæ adplicatur ad primam, & oritur tertia.*

Sint datæ duæ lineæ rectæ B F F D. Oportet inuenire tertiam proportionalem. Inclinentur ad rectos angulos B F, F D, & connectatur B D, quæ ſecetur bifariam ad rectos angulos à rectâ

AH intercipiente ipsam BD in G, ipsam vero BF in A, Et centro A, interuallo AB vel AD describatur circulus, ad cuius circumferentiam protrahatur BF in C. Dico factum esse quod oportuit. Ad datas enim BF FD tertiam proportionalem quæsitam esse FC, vt manifestum fit ex descriptione canonicâ trium proportionalium.

Minus autem effectiones Canonicæ sunt.

1 Datis tribus lineis rectis inuenire Quartam proportionalem.

2 Facere vt numerum ad numerum ita lineam rectam ad rectam de quâ quæritur ceteris datis.

3 Facere vt Quadratum ad Quadratum, ita lineam rectam ad rectam de quâ quæritur ceteris datis.

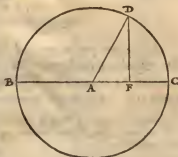
4 Facere vt lineam rectam ad rectam, ita Quadratum ad Quadratum lateris de quo quæritur ceteris datis.

Quæ tamen si quando iuuant habentur ex Elementis. Sed neque sequentes effectiones omnino regulares sunt, at commendandæ tamen propter frequentem earum vsum & impendium.

PROPOSITIO VII.

Datis trianguli rectanguli duobus lateribus circa rectum inuenire latus tertium.

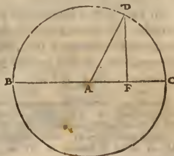
Opus Additionis Planorum. Docuit nempè Pythagoras, *Quadrata à lateribus circa rectum æquari Quadrato lateris reliqui.* Quod etiam principia Analytica arguunt ex ipsâ descriptione trianguli. Traditum est enim ex Analyticis adgregatum duorum laterum, dum ducitur in differentiam laterum, facere differentiam Quadratorum. Adgregatum autem ex AD seu BA & AF est BF, Et differentia inter AD, seu AC, & AF est FC. BF autem ducta in FC facit Quadratum ex DF. Itaque Quadratum ex DF est differentia Quadrati ex AD & Quadrati ex AF. Et per artis translationem, quæ dicitur Antithesis, Quadratum ex AD est summa Quadratorum ex AF & DF.



Sint data duo latera trianguli rectanguli ipsum angulum rectum ambientia AF FD. Oportet inuenire latus tertium quod angulum rectum subtendit. Inclinentur igitur AF FD ad angulos rectos & connectatur AD. Dico factum esse quod oportuit. Latus enim de quo quæritur esse AD subtendens DFA rectum angulum trianguli, factum à datis AF, FD.

PROPOSITIO VIII.

Dato latere subtendente angulum rectum trianguli, & vno è reliquis inuenire latus tertium.



Opus subductionis Planorum. Sint data duo latera trianguli rectanguli, vnum AC, quod subtendit angulum rectum, alterum AF insistens circa rectum illum. Oportet inuenire latus reliquum.

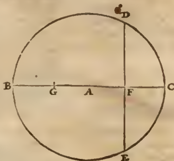
Centro A interuallo AC describatur cir-

culus, Sed ex A C abſcindatur A F, & ad punctum F excitetur perpendicularis in A C, eâque ſecet circumferentiam in D, & connectatur A D. Dico factum eſſe quod oportuit. Latus enim D F eſſe quæſitum, ambiens angulum rectum in triangulo A F D, cuius data fuerunt reliqua latera A F & A D, id eſt A C.

PROPOSITIO IX.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, Quadratum minoris extremæ adiunctum Rectangulo ſub differentiâ extremarum & ipſâ minore extremâ æquatur mediæ Quadrato.

Exponatur canonicum diagramma trium linearum rectarum proportionalium, & intelligitor F C minor extrema, cui æqualis ponatur B G, vnde differentia inter B F maiorem extremum, & B G, id eſt F C minorem extremam, ſit F G. Dico quadratum ex C F adiunctum rectangulo ſub C F F G æquari quadrato ex D F. Nam Quadratum ex C F aliter eſt factum ex C F in G B. Itaque duo hæc facta ex C F in G B, & C F in F G valent factum ex C F in F B. Cui facto ſub extremis conſequenter æquale eſt Quadratum ex D F media inter extremas.



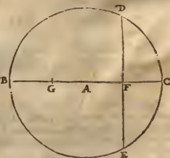
CONSECTARIVM AD MECHANICEM
Quadrati affecti adiunctione Plani ſub latere.

Itaque cum proponetur A Quadratum, plùs B in A æquari D Quadrato, Intelligetur D media inter extremas, B differentia earumdem. Et ex mediâ & differentiâ extremarum quærentur extremæ quarum minor erit A, de quâ quæritur.

Vt hic ex datis G F F D conſtruentur proportionales B F, F D, F C, & erit F C minor quæſita. Vt ex Zeteticis poterat argui, Et iam figura Geometrica per ſyntheſim demonſtrat.

PROPOSITIO X.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, Quadratum maioris extremæ, multatum rectangulo ſub differentiâ extremarum, & ipſa maiore extremâ, æquatur mediæ Quadrato.



Repetatur proxime antecedens conſtructio. Dico Quadratum ex B F, minus rectangulo ſub B F G F, æquari Quadrato ex D F.

Quadratum enim ex B F, valet factum ex B F in G F, & inſuper ex B F in B G. A

Quadrato igitur ex B F auferatur factum ex B F in F G, relinquitur factum ex B F in B G, id est ex constructione in F C. Cui facto sub extremis consequenter æquale est Quadratum ex D F media inter extremas.

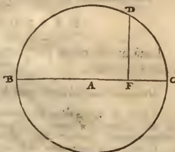
CONSECTARIVM AD MECHANICEM QVADRATI adfecti multâ Plani sub latere.

Itaque cum proponetur A Quadratum, minùs B in A æquari D Quadrato, Intelligetur D media inter extremas, B differentia earumdem, & ex mediâ & differentiâ extremarum quærentur extremæ, quarum maior erit A de quâ quæritur.

Vt hic ex datis G F F D construentur proportionales B F F D F C. Et erit B F maior quæsita. Vt ex Zeteticis poterat argui, & iam figura Geometrica per Synthesim demonstrat.

PROPOSITIO XI.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, Rectangulum sub compositâ ex extremis & harum altera maiore minoréue, multatum eiusdem alterius Quadrato, æquatur Rectangulo sub extremis.



Exponatur canonicum diagramma trium proportionalium. Dico rectangulum sub B C F C, minùs Quadrato ex F C æquari Quadrato ex D F.

Et rursus rectangulum sub B C B F, minùs Quadrato ex B F æquari Quadrato ex D F.

Quoniam enim B C est composita ex B F F C, ideo factum ex B C in F C valet factum ex B F in F C, & F C in F C hoc est Quadratum ex F C. Cum itaque ex facto B C in F C auferetur quadratum ex F C, relinquitur factum ex B F in F C, cui facto sub extremis consequenter æquale est Quadratum ex D F, mediâ inter extremas. Atque id esto primum.

Æquè quoniam B C composita est ex C F F B, ideo factum ex B C in B F valet factum ex C F in B F & B F in B F, hoc est Quadratum ex B F. Cum itaque ex facto B C in B F auferetur Quadratum ex B F relinquetur factum ex C F in B F. Cui facto sub extremis consequenter æquale est Quadratum ex D F mediâ inter extremas. Vt secundo loco fuit demonstrandum.

CONSECTARIVM AD MECHANICEM PLANI sub latere negati de Quadrato.

Itaque cum proponetur B in A, minùs A Quadrato æquari D Quadrato, Intelligetur D media inter extremas, B adgregatum earumdem. Et ex mediâ & adgregato extremarum quærentur extremæ, quarum altertra erit A de quâ quæritur.

Vt ex Zeteticis poterat argui, & iam figura Geometrica per Syntheſim demonſtrat.

PROPOSITIO XII.

Datâ mediâ trium proportionalium & differentiâ extremarum inuenire extremas.

Mechanice Quadrati adfecti ſub latere.

Sit data FD media trium proportionalium, data quoque GF differentia extremarum, Oportet inuenire extremas.

Inclinentur GF FD ad angulos rectos, & ſecetur GF bifariam in A. Centro autem A, interuallo AD, deſcribatur circulus, ad cuius circumferentiam producantur AG AF, in punctis B, G.

Dico factum eſſe quod oportuit. Extremas enim inueniundas eſſe BF FC, inter quas media proportionalis eſt FD. Et ipſæ BF FC differunt per FG, quandoquidem AF & AG conſtructæ ſunt æquales, Et AC AB conſtructæ quoque æquales. Itaque ab æqualibus AB AC ſubducendo æquales AG AF, remanent BG FC æquales. Eſt autem GF differentia inter BF & BG ſeu FC. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XIII.

Datâ mediâ trium proportionalium & adgregato extremarum inuenire extremas.

Mechanice Plani ſub latere negati de Quadrato.

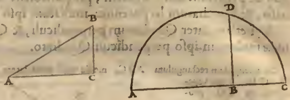
Sit data E media trium proportionalium, & BC adgregatum extremarum, Oportet inuenire extremas. Secetur BC bifariam in A, Et centro A interuallo AB vel AC deſcribatur circulus. Sed & diametrum BAC ſecet ad angulos rectos altera diameter GAH, & ex AG abſcindatur AI æqualis ipſi E, Et per I ducatur recta ipſi BC parallela intercipiens circumferentiam in D puncto, à quo cadat in BC perpendicularis DF ipſi IA æqualis, & parallela. Dico factum eſſe quod oportuit. Extremas enim quæſitas eſſe BF FC, ex quibus compoſita eſt BC data. Et fit media inter eas proportionales DF ſeu IA, id eſt E data.

PROPOSITIO XIIII.

Quadratum à mediâ proportionali inter hypotenuſam trianguli rectan-

rectanguli & perpendiculum eiusdem, proportionale est inter Quadratum perpendiculi & Quadratum idem perpendiculi continuatum basis Quadrato.

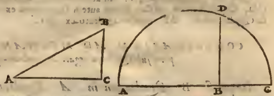
Sit triangulum rectangulum ABC, media vero inter AB hypotenusam & BC perpendiculum sit BD. Dico Quadratum ex BD proportionale esse inter Quadratum ex BC & idem Quadratum ex BC plus Quadrato ex AC.



Quoniam enim proportionales sunt BA DB BC, Ideo proportionalia quoque sunt quæ ab eis fiunt Quadrata, videlicet Quadratum ex AB, Quadratum ex DB, & quadratum ex BC. Ipsum autem Quadratum ex AB per interpretationem est Quadratum ex BC plus Quadrato ex AC.

Idem Quadratum à media proportionali inter hypotenusam trianguli rectanguli & perpendiculum proportionale est inter Quadratum hypotenusæ & Quadratum idem hypotenusæ multatum basis Quadrato.

Cum sint proportionalia (vt iam adnotatum est) Quadratum ex AB, Quadratum ex BD, & Quadratum ex BC; Ipsum autem Quadratum ex BC per interpretationem sit Quadratum ex AB minus Quadrato ex AC.



CONSECTARIVM AD MECHANICEM

Quadrato-quadrati adfecti sub Quadrato.

Itaque, Si A Quadrato-quadratum, plùs B Quadrato in A Quadratum æquetur D Quadrato-quadrato. Intelligetur B basis trianguli rectanguli, D media inter perpendiculum & hypotenusam, & ex mediâ & base quæretur A perpendiculum.

Vt hic ex datis AC BD quæretur BC, Cum ex resolutione expositi primo loco Analogismi Quadrato-quadratum ex BC plus planoplano sub Quadrato ex AC & Quadrato ex BC æquetur Quadrato-quadrato ex BD.

Et si A Quadrato-quadratum, minùs B Quadrato in A Quadratum æquetur D Quadrato-quadrato, Rursus B intelligetur basis trianguli rectanguli, D media inter perpendiculum & hypotenusam. Et ex mediâ & base quæretur A hypotenusa.

Vt hic ex datis AC BD quæretur AB. Cum ex resolutione expositi secundo lo-

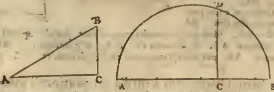
eo analogismi Quadrato-quadratum ex A B minùs planoplano sub Quadrato ex A C & Quadrato ex A B, æquetur Quadrato-quadrato ex B D.

PROPOSITIO XV.

Quadratum à mediâ proportionali inter basim trianguli rectanguli & perpendiculum eiusdem, proportionale est inter Quadratum basis, & Quadratum hypotenusæ multatum ipso basis Quadrato.

Vel etiam inter Quadratum perpendiculi, & Quadratum hypotenusæ multatum ipso perpendiculi Quadrato.

Sit triangulum rectangulum A B C, media verò inter latera circa rectum A C B C sit C D. Dico Quadratum ex C D proportionale esse inter Quadratum ex A C & Quadratum ex AB minùs Quadrato ex A C.



Quoniam enim proportionales sunt A C C D B C, ideo proportionalia quoque sunt quæ ab iis fiunt Quadrata. Videlicet Quadratum ex A C, Quadratum ex C D, Quadratum ex B C. Ipsum autem Quadratum ex B C per interpretationem est Quadratum ex A B minùs Quadrato ex A C.

Vel etiam dico Quadratum ex C D proportionale esse inter quadratum ex B C, & quadratum ex AB, minùs Quadrato ex B C.

Cum sint proportionalia, vt iam adnotatum est, Quadratum ex A C, Quadratum ex C D, Quadratum ex B C. Ipsum autem Quadratum ex A C per interpretationem sit Quadratum ex AB minùs Quadrato ex B C.

CONSECTARIVM AD MECHANICEM PLANO-plani sub Quadrato negati de Quadrato-quadrato.

Itaque si B Quadratum in A Quadratum, minùs A Quadrato-quadrato, æquetur D Quadrato-quadrato. Intelligetur B hypotenusa trianguli rectanguli D media inter perpendiculum & basim. Et ex mediâ & hypotenusa quæretur A basis vel perpendiculum.

Vt hic ex datis A B • D C quæretur A C vel B C. Cum ex resolutione analogismi primò positi, Plano-planum sub Quadrato, ex A B & Quadrato & A C, minùs Quadrato-quadrato ex A C, æquetur Quadrato-quadrato ex C E.

Vel etiam ex resolutione analogismi secundo loco expositi, Planoplanum sub Quadrato ex A B & Quadrato ex B C. minùs Quadrato-quadrato ex B C æquetur Quadrato-quadrato ex D C.

PROPOSITIO XVI.

Data prima trium proportionalium, & eâ cuius Quadratũ æquale est adgregato Quadratorum secundæ & tertiæ, Dantur secunda & tertia.

Enimuerò sunt quoque proportionales,

I *Tertia plus primâ,*

II *Potens illas quadrato,*

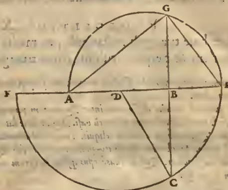
III *Tertia. Quæ in serie datur prima & differentia extremarum. Datâ autem mediâ & differentiâ extremarum dantur extremæ.* Per Propositionem X I I. huius Capitis.

Exposita autem analogia, quam alioquin firmauit Zetesis, perspicua est ex æquatione in quam resoluitur. Faciunt enim extremæ Quadratum tertiæ, plus rectangulo ex primâ in tertiam, id est plùs Quadrato secundæ, quæ duo Quadrata æquant quadratum mediæ.

Et verò Propositio hæc inter Canonicas adscribitur quoniam paraseeue est ad Mechanicem Quadrato-quadrati adfecti sub Quadrato. Itaque magis est vt ipsum opus integrum præ oculis subiiciatur. Propositum igitur esto

Data prima trium proportionalium & eâ cuius Quadratum æquale est adgregato Quadratorum secundæ & tertiæ inuenire proportionales.

Sit data prima trium proportionalium A B, Quæ verò potest quadrata singulas reliquas B C. Oportet inuenire secundam & tertiam. Inclinentur ad angulos rectos A B B C, & secetur A B bifariam in D, & centro D interuallo D C describatur circulus abscindens ipsam A B productam hinc inde in punctis E, F, & sit E punctum versus B, & F versus A, & fiat A E diameter alterius circuli, ad quam producatur B G. Dico proportionales de quibus quæritur esse G B quidem secundam, B E tertiam. Proportionales enim esse A B, B G, B E imprimis constat vel ex canonico trium proportionalium diagrammate. Superest igitur vt subtensa G E æquetur ipsi B C datæ. Id autem ita fit manifestum. Quoniam enim F D D E sunt æquales ex constructione, nam vtraque semidiameter est circuli primum descripti, & æquales quoque ex constructione A D D B. Ergo fiunt quoque æquales F A B E. Et rursus æquales F B A E, factâ subductione & additione æqualium ab æqualibus. Media autem proportionalis inter E B B F est B C ex prædicto canonico diagrammate. Media quoque inter E B & A E id est ipsam B F est G E. Quare ipsa G E eadem est quæ B C. Quod ostendisse oportuit.



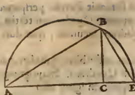
Ad datam igitur A B primam, & B C potentem Quadrato duas reliquas, Inuentæ sunt tres proportionales A B B G B E. Quod faciendum erat.

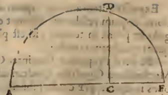
PROPOSITIO XVII.

Si Quadratum mediæ inter perpendiculum trianguli rectanguli & hypotenusam adplicetur ad basim, perpendiculum proportionale est inter basim & eam cuius quadratum æquale est differentiæ inter Quadratum latitudinis oriundæ ex ea adplicatione & Quadratum perpendiculi.

Sit trianguli rectanguli hypotenusa quidem A B, basis A C, perpendiculum B C, media vero proportionalis inter A B & B C fit C D, cuius Quadratum cum adplicabitur ad A C faciat latitudinem C F. Sed & Quadratum ipsius B C adplicetur ad A C & faciat latitudinem C E. cuius Quadratum vna cum Quadrato

ex BC, æquetur Quadrato ex BE. Dico BE esse æqualem ipsi CF. Itaque CE esse eam cuius Quadratum





æquale sit differentiæ inter quadratum ex CF seu BE, & Quadratum ex BC. Et consequenter inter eam & AC proportionalem esse BC, vt decernit propositio.

Est enim vt AC ad CD, ita CD ad CF ex constructione. Est quoque vt AC ad BC, ita AB ad BE ex triangulorum ACB ABE similitudine. Quadratum autem ex CD æquale est ex hypothesi rectangulo ex BC in AB. Quare eadem media est inter AC & CF, & inter AC & BE. Itaque BE & CE sunt æquales, atque demonstrata est Propositio.

PROPOSITIO XVIII.

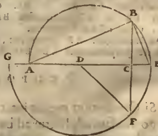
Data base trianguli rectanguli, & mediâ proportionali inter hypotenusam & perpendiculum, datur triangulum.

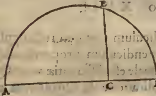
Enimuerò proportionales sunt ex antecedente propositione, Basis.
Perpendiculum.
Latus quadrati æqualis differentiæ inter Quadratum perpendiculi & Quadratum latitudinis quam facit mediæ Quadratum adplicatū basi. Qua in seriè datur prima & Latus quadrati æqualis adgregato Quadratorum à duobus reliquis. Itaque dabuntur duæ reliquæ per propositionem XV.

Est autem Mechanice Quadrato-quadrati adfecti sub Quadrato. Itaque in canonicarum numerum adscribitur. Quâ de causâ opus ipsum integrum consentaneum est exhibere; Propositum igitur esto

Data base trianguli rectanguli, & mediâ inter hypotenusam & perpendiculum, exhibere ipsum triangulum.

Sit data AC basis trianguli rectanguli & data quoque CE media inter hypote-





nusam & perpendiculum. Oportet exhibere ipsum triangulum. Ad datam AC adplicetur Quadratum ex CE faciens latitudinem, CF. Deinde inclinetur CF perpendiculariter ad AC sectâque AC bifariam in D, describantur proportionales CE CF, CG. Et fiat AE diameter circuli, è cuius circumferentiâ cadat perpendiculum BC,

B C. Dico A C D triangulum esse de quo quæritur, cuius videlicet basis est ipsa A C data. Cum autem sit vt A C ad A B, ita B C ad B E, id est C F, vt opus indicat, & antecedens demonstrauit. C E vero media sit inter A C & C F, consequens est mediam quoque esse C E inter A B & B C. Quare factum est quod oportuit.

Idem autem Problema potuit ità enunciari.

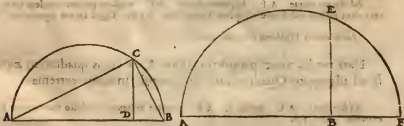
Datâ mediâ trium proportionalium, & eâ cuius Quadratum æquale est differentiæ Quadratorum ab extremis, Inuenire extremas.

Vt hic datâ A C, & C E, inueniuntur A B, B C.

PROPOSITIO XIX.

Si Quadratum mediæ inter basim & perpendiculum trianguli rectanguli adplicetur ad hypotenusam, Quæ oritur latitudo erit proportionalis inter duo segmenta hypotenusæ, quorum primi Quadratum adiectum Quadrato latitudinis æquat Quadratum basis. Secundi vero Quadratum eidem Quadrato latitudinis adiectum, æquat Quadratum perpendiculi.

Sit Trianguli rectanguli hypotenusa quidem A B, basis A C, perpendiculum B C, media inter basim & perpendiculum, B E, cuius quadratum adplicatum ad A B faciat latitudinem B F. Cadat autem C D perpendiculariter à puncto C in A B. Sunt igitur proportionales A D segmentum primum hypotenusæ, C D educta, & D B segmentum hypotenusæ reliquum. Dico D C esse æqualem ipsi B E. Itaque E B esse proportionalem inter A D, cuius Quadratum adiunctum Quadrato C D æquet Quadratum A C basis, Et D B, cuius Quadratum eidem Quadrato C D adiectum æquet Quadratum C B perpendiculi, vt decernit Theorema.



Est enim vt A B ad B E, ita B E ad B F, ex constructione. Est quoque vt A B ad C B, ita A C ad C D ex similitudine triangulorum A C B A D C. Quadratum autem ex B E valet rectangulum C B in A C. Ergo eadem media est inter A B & B F quæ inter A B & C D. Ideoque B F & C D sunt æquales. Atque adeo rata est propositio.

PROPOSITIO XX.

Data hypotenusâ trianguli rectanguli & mediâ proportionali inter basim & perpendiculum datur triangulum.

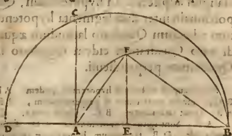
Enimverò proportionales sunt ex antecedente propositione
I. *Hypotenusæ segmentum vnum.*
II. *Latitudo quam facit mediæ Quadratum adplicatum ad hypotenusam.*
III. *Hypotenusæ segmentum alterum.*

Quâ in serie datur media & adgregatum extremarum. Ac Quadratum quidem latitudinis prædictæ, adiunctum Quadrato vnius è segmentis hypotenusæ efficit Quadratum vnius è lateribus circa rectum. Adiectum verò Quadrato segmenti alterius efficit Quadratum quoque lateris reliqui.

Est autem Mechanice Plano-plani sub Quadrato negati de Quadrato-quadrato. Itaque in canonicarum numerum adscribitur. Quâ de causâ opus ipsum integrum consentaneum est exhibere. Propositum igitur esto

Datâ hypotenusa trianguli, & media proportionali inter latera circa rectum, exhibere ipsum triangulum.

Sit data AB hypotenusa trianguli, Et data quoque AC media proportionali inter latera circa rectum. Oportet exhibere ipsum triangulum. Ad datas AB, AC inueniatur tertia proportionalis AD, & fiat AB diameter circuli, in quam ad rectos angulos demittatur è circumferentiâ recta FE ipsi AD æqualis, & subtendantur AF. FB. Dico ipsa AF FB esse latera circa rectum quæsita, atque adeo triangulum, de quo quæritur esse AFB, cuius quidem hypotenusa est AB data.



Similia namque triangula rectangula sunt FEB AFB. Itaque est vt FE ad AF ita FB ad AB. Sed ex constructione est FE id est AD ad AC ita AC ad AB. Quare AC proportionalis est inter AF FB.

Ad datam itaque AB hypotenusam & AC mediam proportionalem inter latera circa rectum exhibitum est ipsum triangulum AFB. Quod facere oportebat.

Idem autem Problema ita potuit concipi.

Datâ mediâ trium proportionalium & eâ cuius quadratum æquale est adgregato Quadratorum ab extremis, Inuenire extremas.

Vt hic datis AC media & AB potente extremas quadrato inueniuntur ipsæ extremæ AF FB.